



Progetto Corda



Alberto Ferrari

Alberto Ferrari
Ingegneria dell'Informazione, UniPR



Array (ordinamento)

Sort

- L'ordinamento degli elementi di un array avviene considerando il valore della *chiave primaria*
 - Nei nostri esempi le *chiavi* saranno *numeri interi* e la relazione d'ordine totale sarà \leq
- Oltre alla valutazione dell'*efficienza* saranno anche considerate le proprietà di
 - *stabilità*: un algoritmo di ordinamento è stabile se non altera l'ordine relativo di elementi dell'array aventi la stessa chiave primaria
 - *sul posto*: un algoritmo di ordinamento opera sul posto se la dimensione delle strutture ausiliarie di cui necessita è indipendente dal numero di elementi dell'array da ordinare



insertion sort

<http://www.ce.unipr.it/~aferrari/>

4/33

insertion sort

- Al *generico passo i* l'array è considerato *diviso* in
 - una *sequenza di destinazione* $a[0] \dots a[i - 1]$ *già ordinata*
 - una *sequenza di origine* $a[i] \dots a[n - 1]$ *ancora da ordinare*
 - L'obiettivo è di *inserire il valore contenuto in $a[i]$ al posto giusto* nella sequenza di destinazione facendolo scivolare a ritroso, in modo da ridurre la sequenza di origine di un elemento

6 5 3 1 8 7 2 4

Esercizio 1

- Scrivere un programma di ordinamento di un array utilizzando l'algoritmo *insertion sort*
 - *void insertsort(int a[], int n)*
- Calcolare la *complessità computazionale*
 - nel caso ottimo, pessimo e medio
 - Definire la classe di complessità asintotica nel caso medio
- L'algoritmo prodotto è *stabile*? Opera *sul posto*?

insertion sort

6 5 3 1 8 7 2 4

swap function

```
void swap(int *x, int *y) {  
    int temp = *x;  
    *x = *y;  
    *y = temp;  
}
```

C

insertion sort in C

```
void insertsort(int array[], int size) {  
    int i, j, app;  
    for (i=1; i<size; i++) {  
        app = array[i];  
        j = i-1;  
        while (j>=0 && array[j]>app) {  
            array[j+1] = array[j];  
            j--;  
        }  
        array[j+1] = app;  
    }  
    return;  
}
```

C



selection sort

<http://www.ce.unipr.it/~aferrari/>

10/33

selection sort

- *Selection sort* è un algoritmo di ordinamento iterativo che, come insertion sort, al generico passo i vede l'array diviso in
- una sequenza di *destinazione* $a[0] \dots a[i - 1]$ già *ordinata*
- una sequenza di *origine* $a[i] \dots a[n - 1]$ ancora *da ordinare*
- L'obiettivo è *scambiare* il valore minimo della seconda sequenza con il valore contenuto in $a[i]$ in modo da ridurre la sequenza di origine di un elemento

	8
	5
	2
	6
	9
	3
	1
	4
	0
	7

Esercizio 2

- Scrivere un programma di ordinamento di un array utilizzando l'algoritmo selection sort
 - *void selectsort(int a[], int n)*
- Calcolare la *complessità computazionale*
 - nel caso ottimo, pessimo e medio
 - Definire la classe di complessità asintotica nel caso medio
- L'algoritmo prodotto è *stabile*? Opera *sul posto*?

selection sort in C

```
void selectsort(int array[],int size){  
    int i,j,min;  
    for (i=0; i<size; i++) {  
        min = i;  
        for (j=i+1; j<size; j++)  
            if (array[min]> array[j])  
                min = j;  
        if (min != i)  
            swap(&array[i],&array[min]);  
    }  
}
```

C



bubble sort

<http://www.ce.unipr.it/~aferrari/>

14/33

Bubblesort

- *bubblesort* è un algoritmo di ordinamento iterativo che, come insertsort, al generico passo *i* vede l'array diviso in
- una sequenza di *destinazione* $a[0] \dots a[i - 1]$ già *ordinata* 6 5 3 1 8 7 2 4
- una sequenza di *origine* $a[i] \dots a[n - 1]$ ancora *da ordinare*
- L'obiettivo è di far *emergere* (come se fosse una bollicina) il valore minimo della sequenza di origine *confrontando e scambiando* sistematicamente i valori di *elementi adiacenti* a partire dalla fine dell'array, in modo da ridurre la sequenza di origine di un elemento

Esercizio 3

- Scrivere un programma di ordinamento di un array utilizzando l'algoritmo bubble sort
 - *void bubblesort(int a[], int n)*
- Calcolare la *complessità computazionale*
 - nel caso ottimo, pessimo e medio
 - Definire la classe di complessità asintotica nel caso medio
- L'algoritmo prodotto è *stabile*? Opera *sul posto*?

Migliorabile?

- **Se in una iterazione non avvengono più scambi ???**
- Esercizio 4
- modificare l'algoritmo
- rivalutare la complessità computazionale

bubble sort in C

```
void bubble_sort(int array[], int size) {  
    int i, last;  
    for (last = size - 1; last > 0; last--) {  
        for (i=0; i<last; i++) {  
            if (array[i]>array[i+1])  
                swap(&array[i],&array[i+1]);  
        }  
    }  
}
```

C



merge sort

<http://www.ce.unipr.it/~aferrari/>

19/33

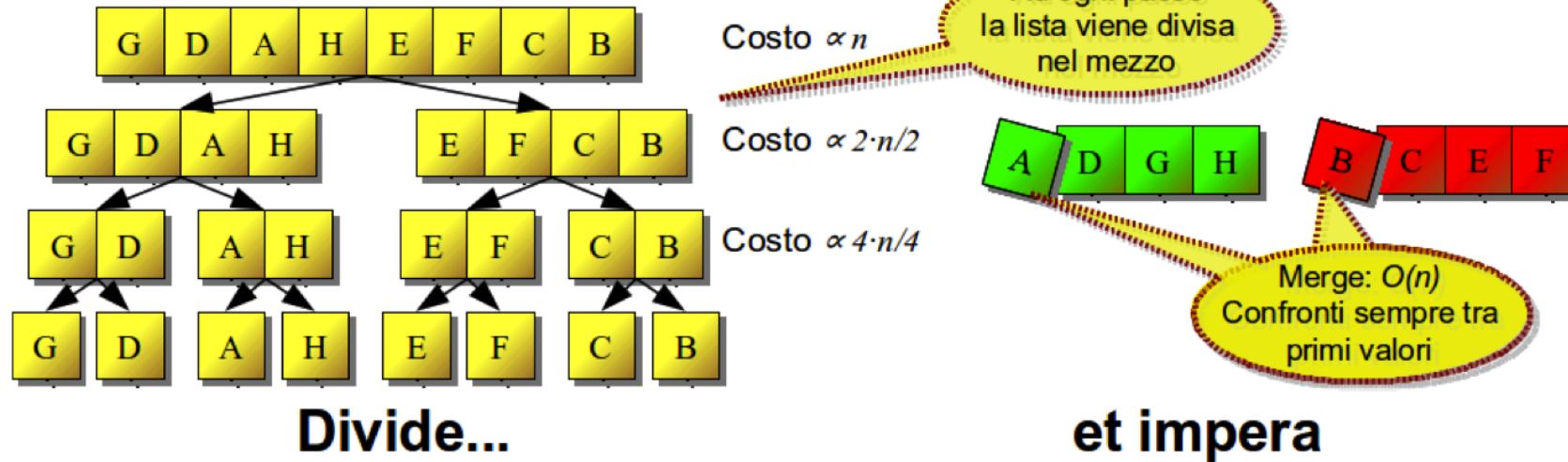
Merge sort

- Algoritmo di ordinamento basato su confronti che utilizza un processo di risoluzione **ricorsivo**, sfruttando la tecnica del **Divide et Impera**, che consiste nella suddivisione del problema in sottoproblemi della stessa natura di dimensione via via più piccola.

Merge sort

- Se la sequenza da ordinare ha lunghezza 0 oppure 1, è già ordinata.
- Altrimenti:
 - La sequenza viene divisa (*divide*) in due metà (se la sequenza contiene un numero dispari di elementi, viene divisa in due sottosequenze di cui la prima ha un elemento in più della seconda)
 - Ognuna di queste sottosequenze viene ordinata, applicando ricorsivamente l'algoritmo(*impera*)
 - Le due sottosequenze ordinate vengono fuse (*combina*).
 - Per fare questo, si estrae ripetutamente il minimo delle due sottosequenze e lo si pone nella sequenza in uscita, che risulterà ordinata

Divide et impera



Esempio

- Partenza: [10 3 15 2 1 4 9 0]
- l'algoritmo procede ricorsivamente dividendola in metà successive, fino ad arrivare alle coppie [10 3] [15 2] [1 4] [9 0]
- A questo punto si fondono (merge) in maniera ordinata gli elementi, riunendo le metà: [3 10] [2 15] [1 4] [0 9]
- Al passo successivo, si fondono le coppie di array di due elementi: [2 3 10 15] [0 1 4 9]
- Infine, fondendo le due sequenze di quattro elementi, si ottiene la sequenza ordinata: [0 1 2 3 4 9 10 15]

merge sort in C

```
void merge_sort(int array[], int left, int right) {  
    int center; // middle index  
    if(left<right) {  
        center = (left+right)/2;  
        merge_sort(array, left, center);      //sort first half  
        merge_sort(array, center+1, right);    //sort first half  
        merge(array, left, center, right);    //merge sorted arrays  
    }  
}
```

C

funzione merge in C

```
void merge(int array[], int left, int center, int right)
{
    int i = left;                      //index first array
    int j = center+1;                  //index second array
    int k = 0;                         //index new temporary array
    int temp[DIM_ARRAY];              //temporary array
    while ((i<=center) && (j<=right)) {
        if (array[i] <= array[j]) { temp[k] = array[i]; i++; }
        else { temp[k] = array[j]; j++; }
        k++;
    }
    while (i<=center) { temp[k] = array[i]; i++; k++; }
    while (j<=right) { temp[k] = array[j]; j++; k++; }
    for (k=left; k<=right; k++) { array[k] = temp[k-left]; }
}
```

C

Esercizio 5

- Scrivere un programma di ordinamento di un array utilizzando l'algoritmo merge sort
 - *void mergesort(int a[], int left, int right)*
- Calcolare la *complessità computazionale*
- L'algoritmo prodotto è *stabile*? Opera *sul posto*?

Merge sort

- E' *stabile*: il confronto tra array[i] e array[j] effettuato nella fusione ordinata usa \leq
- *Non opera sul posto*: nella fusione usa un *array di appoggio* il cui numero di elementi è proporzionale al numero di elementi dell'array da ordinare
- La complessità asintotica è $T(n) = O(n \cdot \log n)$



quick sort

<http://www.ce.unipr.it/~aferrari/>

28/33

Quicksort

- *Quicksort* è un algoritmo di ordinamento ricorsivo proposto da Hoare nel 1962
- Data una *porzione* di un array e scelto un valore v detto *pivot* contenuto in quella porzione, quicksort divide la porzione in *tre parti*
 - la *prima* composta da elementi contenenti valori $\leq v$
 - la *seconda* (eventualmente vuota) composta da elementi contenenti valori $= v$
 - la *terza* composta da elementi contenenti valori $\geq v$
- poi applica l'algoritmo stesso alla prima e alla terza parte
- Quicksort determina la tripartizione effettuando degli *scambi* di valori $\geq v$ incontrati a partire dall'inizio della porzione di array con valori $\leq v$ incontrati a partire dalla fine della porzione di array, in modo tale da spostare i primi verso la fine della porzione di array e gli ultimi verso l'inizio della porzione dell'array

quick sort in C

```
void quick_sort(int array[], int left, int right) {  
    int p_index;      // pivot index  
    if( left < right ) {  
        p_index = partition( array, left, right);  
        quick_sort( array, left, p_index-1);  
        quick_sort( array, p_index+1, right);  
    }  
}
```

C

funzione di partizionamento in C

```
int partition( int array[], int left, int right) {  
    int pivot;    //pivot  
    int i;        //index first part  
    int j;        //index second part  
    int temp;  
    pivot = array[left];  
    i = left;  
    j = right+1;  
    while( 1 ){  
        do ++i; while( array[i] <= pivot && i <= right );  
        do --j; while( array[j] > pivot );  
        if( i >= j ) break;  
        temp = array[i]; array[i] = array[j]; array[j] = temp;  
    }  
    temp = array[left]; array[left] = array[j]; array[j] = temp;  
    return j;  
}
```

C

Quicksort

- *non è stabile* in quanto nel confronto tra $\text{array}[i]$ e pivot viene usato $<$ anziché \leq e nel confronto tra $\text{array}[j]$ e pivot viene usato $>$ anziché \geq . Questo è inevitabile al fine di ottenere una corretta tripartizione
- Opera *sul posto* in quanto usa soltanto due variabili aggiuntive (pivot e tmp)



Alberto Ferrari
Ingegneria dell'Informazione, UniPR
www.ce.unipr.it/~aferrari/