Logica dei predicati del primo ordine

Logica dei predicati del primo ordine

La logica dei predicati del primo ordine permette di rappresentare:

•Oggetti: persone, cose, numeri etc.

•Relazioni: fratello, maggiore, parte di etc.

•Proprietà: rosso, primo, grande etc.

•Funzioni: successore, somma, padre di etc.

Esempi:

"Uno più due uguale tre" - uno,due,tre sono oggetti, più è una funzione, uguale è una relazione

"Il diabolico Re Giovanni imperversò in Inghilterra nel 1200"

Giovanni, Inghilterra e 1200 sono oggetti, imperversò è una relazione, re e diabolico sono proprietà

Logica dei predicati del primo ordine
Sintassi

•Simboli di costante: A,B,C,Giovanni

•Simboli di predicato: Tondo, Fratello

•Simboli di funzione: Padre_di, Quadrato

Termini:

I simboli di costante sono termini es. Giovanni

Applicando una funzione n-adica a una n-pla di termini si ottiene un termine es. Padre_di(Giovanni)

Formule atomiche: Formata da un simbnolo di predicato seguito da una lista di termini es:

Fratello(Riccardo,Giovanni)

Sposati(Madre_di(Riccardo),Padre_di(Riccardo))

Logica dei predicati del primo ordine
Sintassi

Formule complesse:

si ottengono dalle formule atomiche usando i connetivi logici

$$\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$$

$$Fratello(Riccardo, Giovanni) \wedge Fratello(Giovanni, Riccardo)$$
$$PiùGrande(Giovanni, 30) \vee PiùGiovane(Luigi, 30)$$
$$PiùGrande(Giovanni, 30) \Rightarrow \neg PiùGiovane(Giovanni, 30)$$

Logica dei predicati del primo ordine
Semantica

Per dare un significato a una formula bisogna interpretarla come una affermazione sul dominio del discorso.

Un ***dominio D*** è un insieme non vuoto (anche infinito) ad es. Insieme di persone, l'insieme dei naturali etc.

Una ***interpretazione*** si ottiene associando

•ad ogni simbolo costante un elemento di ***D***

•ad ogni simbolo di funzione una funzione su ***D***

•ad ogni predicato n-ario una relazione n-aria su ***D***

Ad ogni formula atomica si assegnare un valore ***vero*** o ***falso***

Ad ogni formula complessa si assegna un valore ***vero*** o ***falso*** utilizzando le tavole di verita

Logica dei predicati del primo ordine
Semantica

Esempio di interpretazione

Sia data la formula ***P(a,f(b,c))***

Una possibile interpretazione è:

D è il dominio degli interi

•***a*** è l'intero 2

•***b*** è l'intero 4

•***c*** è l'intero 6

•***f*** è la funzione *addizione*

•***P*** è la relazione *maggiore di*

In questa interpretazione si afferma che: "***2 è maggiore di 4 + 6***" .In questa interpretazione la formula ha valore ***falso***

In una seconda interpretazione possiamo dire ***a*** è l'intero 11e la formula assume valore vero

Logica dei predicati del primo ordine
Variabili e quantificatori

Quantificatore **universale:**

supponiamo che P sia la relazione MaggioreUguale

$$P(0,0) \wedge P(1,0) \wedge P(2,0) \wedge \ldots \wedge P(100,0)$$

$$(\forall x) P(x,0)$$

Quantificatore **esistenziale:**

supponiamo che Q sia una qualche proprietà

$$Q(a) \vee Q(b) \vee Q(c) \ldots$$

$$(\exists x) Q(x)$$

Logica dei predicati del primo ordine
Variabili e quantificatori

Quantificatori annidati

$(\forall x)(\forall y) P(x, y)$

$(\forall x)(\exists y) P(x, y)$

(l'elemento y che esiste dipende a x)

Valgono le segeunti equivalenze

$\neg(\forall x) W(x) \leftrightarrow (\exists x) \neg W(x)$

$\neg(\exists x) W(x) \leftrightarrow (\forall x) \neg W(x)$

Logica dei predicati del primo ordine

PARENTELE

$\forall(\mathrm{m,c})\mathrm{Madre(m,c)} \Leftrightarrow \mathrm{Femmina(m)} \wedge \mathrm{Genitore(m,c)}$

$\forall(\mathrm{p,c})\mathrm{Genitore(p,c)} \Leftrightarrow \mathrm{Figlio(c, p)}$

$\forall(\mathrm{g,c})(\mathrm{Nonno(g,c)} \Leftrightarrow (\exists \mathrm{p})\mathrm{Genitore(g,p)} \wedge \mathrm{Genitore(p,c)})$

$\forall(\mathrm{x, y})(\mathrm{Fratello(x, y)} \Leftrightarrow \mathrm{x} \neq \mathrm{y} \wedge (\exists \mathrm{p})\mathrm{Genitore(p, x)} \wedge \mathrm{Genitore(p, y)})$

da :

$Genitore(Giovanni, Mario) \wedge Genitore(Giovanni, Luca)$

si inferisce :

$Fratello(Mario, Luca)$

Logica dei predicati del primo ordine

$\mathrm{TELL(KB,(\forall xy)(Fratello(x, y)} \Leftrightarrow$

$\quad \mathrm{x} \neq \mathrm{y} \wedge (\exists \mathrm{p})(\mathrm{Genitore(p,x)} \wedge \mathrm{Genitore(p, y))))}$

TELL(KB,Genitore(Giovanni, Mario))

TELL(KB,Genitore(Giovanni, Luca))

si può chiedere:

$ASK(KB, Fratello(Mario, Luca))$

la risposta sarà si.

$ASK(KB, (\exists x)Genitore(Giovanni, x))$

la risposta sarà : {x/Mario} oppure {x/Luca}