

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

FONDAMENTI DI INFORMATICA B

Esercitazione n.1

Esercizi di sintesi mediante mappe

Fondamenti di Informatica B Marcello CARLETTI 1 / 23
Esercitazione 1

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

RIEPILOGO TEORICO - I

2 categorie di circuiti logici:

- **CIRCUITI COMBINATORI:**
 - la relazione ingresso/uscita non dipende dal tempo
 - privi di stato interno
- **CIRCUITI SEQUENZIALI:**
 - l'uscita dipende anche dalla storia passata del circuito
 - presenza di stato interno (memoria)

⇒ Vedremo reti combinatorie ad 1 uscita:
reti a più uscite possono essere scomposte nel
parallelo di più reti ad 1 uscita

Fondamenti di Informatica B Marcello CARLETTI 2 / 23
Esercitazione 1

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

RIEPILOGO TEORICO - II

- **Obiettivi della minimizzazione logica:**
 - minimizzare il numero di porte
 - a pari numero di porte, minimizz. il numero di ingressi
- ⇒ Minori costi
- **Non più forme canoniche in senso stretto, minterm e maxterm, ma SdP e PdS minime, implicanti (implicati) principali ed essenziali**
- **Si devono trovare tutti gli implicanti (implicati) principali essenziali**
+
un insieme minimo di implicanti (implicati) principali

Fondamenti di Informatica B Marcello CARLETTI 3 / 23
Esercitazione 1

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

RIEPILOGO TEORICO - III

- **Per funzioni fino a 4, 5 o 6 variabili esistono tecniche di minimizzazione manuali che si appoggiano alle mappe di Karnaugh:**

		00	01	11	10	
00		0	1	3	2	
01		4	5	7	6	
11		12	13	15	14	
10		8	9	11	10	

collocazione dei numeri a 4 bit (da 0 a 15) all'interno di una mappa di Karnaugh

non sono riempite per avere i numeri in sequenza, ma per sfruttare le adiacenze tra le possibili configurazioni degli ingressi

Fondamenti di Informatica B Marcello CARLETTI 4 / 23
Esercitazione 1

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

ESERCIZIO n. 1

$$f(a, b, c, d) = \sum_4(1, 3, 7, 8, 9, 12, 13, 15)$$

		00	01	11	10
00		0	1	1	0
01		0	0	1	0
11		1	1	1	0
10		1	1	0	0

- **Minimizzare la funzione sia come somme di prodotti che come prodotti di somme**

Fondamenti di Informatica B Marcello CARLETTI 5 / 23
Esercitazione 1

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

SOLUZIONE ESERCIZIO n. 1 - I

Soluzione con Somme di Prodotti (copertura degli 1)

1. **Trovare tutti gli implicanti principali della funzione e, tra questi, identificare quelli essenziali:**

		00	01	11	10
00		0	1	1	0
01		0	0	1	0
11		1	1	1	0
10		1	1	0	0

gli implicanti principali essenziali devono comparire nella forma minima della funzione

Fondamenti di Informatica B Marcello CARLETTI 6 / 23
Esercitazione 1

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

SOLUZIONE ESERCIZIO n. 1 - II

2. Trovare un set irridondante $R = \{p_1, K, p_r\}$ di implicanti primi tali che:
 $f = p_1 + K + p_r, p_i \in R, \text{ ma } f \neq p_1 + K + p_r, p_i \in K \subset R$

Questa funzione presenta 2 coperture irridondanti:

cd	00	01	11	10	
ab	00	0	1	0	
	01	0	0	1	0
	11	1	1	1	0
	10	1	1	0	0

cd	00	01	11	10	
ab	00	0	1	1	0
	01	0	0	1	0
	11	1	1	1	0
	10	1	1	0	0

ottima perché contiene il minor numero di prodotti (quindi, di porte)

Fondamenti di Informatica B
Esercitazione 1

Marcello CARLETTI
7 / 23

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

SOLUZIONE ESERCIZIO n. 1 - III

3. Formalizzare l'espressione minima:
 $f = a \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot d + b \cdot c \cdot d$

4. Rappresentare l'espr. minima con una RLC a 2 livelli:
 - con AND e OR

Fondamenti di Informatica B
Esercitazione 1

Marcello CARLETTI
8 / 23

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

SOLUZIONE ESERCIZIO n. 1 - IV

- oppure, grazie ad una delle leggi di De Morgan,

con NAND

Fondamenti di Informatica B
Esercitazione 1

Marcello CARLETTI
9 / 23

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

SOLUZIONE ESERCIZIO n. 1 - V

Soluzione con Prodotti di Somme (copertura degli 0)

cd	00	01	11	10	
ab	00	0	1	1	0
	01	0	0	1	0
	11	1	1	1	0
	10	1	1	0	0

$f = (a + d) \cdot (\bar{c} + d) \cdot (a + \bar{b} + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{c})$

Fondamenti di Informatica B
Esercitazione 1

Marcello CARLETTI
10 / 23

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

SOLUZIONE ESERCIZIO n. 1 - VI

RLC a 2 livelli:
 - con OR e AND

Fondamenti di Informatica B
Esercitazione 1

Marcello CARLETTI
11 / 23

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

SOLUZIONE ESERCIZIO n. 1 - VII

- oppure, grazie all'altra legge di De Morgan,

con NOR

Fondamenti di Informatica B
Esercitazione 1

Marcello CARLETTI
12 / 23

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

RIEPILOGO DEL PROCEDIMENTO

1. Trovare tutti gli implicanti (implicati) principali
2. Scegliere un insieme irridondante di implicanti (implicati) principali, la cui somma (prodotto) copra la funzione ed il cui costo complessivo sia minimo o meglio
1. Trovare tutti gli implicanti (implicati) principali essenziali
2. Scegliere un insieme irridondante di ulteriori implicanti (implicati) principali, la cui somma (prodotto) copra la funzione ed il cui costo sia minimo
3. Formalizzare l'espressione minima
4. Rappresentare l'espr. minima con una RLC a 2 livelli

Fondamenti di Informatica B Marcello CARLETTI 13 / 23
Esercitazione 1

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

CASI CRITICI

Attenzione ai bordi delle mappe:

Fondamenti di Informatica B Marcello CARLETTI 14 / 23
Esercitazione 1

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

ESERCIZIO n. 2a

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0)$$

$x_3 \backslash x_2$	$x_1 \backslash x_0$	00	01	11	10
00		1	-	1	-
01		0	0	1	1
11		0	-	0	0
10		0	1	1	0

- Minimizzare la funzione come somme di prodotti, considerando le condizioni di indifferenza come 0

Fondamenti di Informatica B Marcello CARLETTI 15 / 23
Esercitazione 1

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

SOLUZIONE ESERCIZIO n. 2a

$x_3 \backslash x_2$	$x_1 \backslash x_0$	00	01	11	10
00		1	-	1	-
01		0	0	1	1
11		0	-	0	0
10		0	1	1	0

$$f = \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0 + \bar{x}_3 \cdot x_2 \cdot x_1 + x_3 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_0 + \bar{x}_3 \cdot x_1 \cdot x_0$$

Costo del circuito:

- # porte = 5
- # letterali = 17

Fondamenti di Informatica B Marcello CARLETTI 16 / 23
Esercitazione 1

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

ESERCIZIO n. 2b

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0)$$

$x_3 \backslash x_2$	$x_1 \backslash x_0$	00	01	11	10
00		1	-	1	-
01		0	0	1	1
11		0	-	0	0
10		0	1	1	0

- Minimizzare la funzione come somme di prodotti, sfruttando le condizioni di indifferenza in modo adeguato

Fondamenti di Informatica B Marcello CARLETTI 17 / 23
Esercitazione 1

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

SOLUZIONE ESERCIZIO n. 2b

Differenze nel procedimento:

- Attribuire un 1 (0) potenziale a tutte le indifferenze
- Trovare tutti gli implicanti (implicati) principali che non coprono solo indifferenze
- Coprire in modo ottimo la funzione originaria

$$f = \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_2 + \bar{x}_3 \cdot x_1 + \bar{x}_2 \cdot x_0$$

$x_3 \backslash x_2$	$x_1 \backslash x_0$	00	01	11	10
00		1	-	1	-
01		0	0	1	1
11		0	-	0	0
10		0	1	1	0

Costo del circuito:

- # porte = 4
- # letterali = 9

Fondamenti di Informatica B Marcello CARLETTI 18 / 23
Esercitazione 1

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

ESERCIZIO n. 2c

$f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$

$x_3 \backslash x_2$	$x_1 \backslash x_0$	00	01	11	10
00	00	1	-	1	-
00	01	0	0	1	1
00	11	0	-	0	0
00	10	0	1	1	0

$x_4 = 0$

$x_3 \backslash x_2$	$x_1 \backslash x_0$	00	01	11	10
00	00	-	1	1	1
00	01	0	-	0	-
00	11	0	0	1	1
00	10	-	1	-	0

$x_4 = 1$

- Minimizzare la funzione di 5 variabili come somme di prodotti, sfruttando le condizioni di indifferenza

Fondamenti di Informatica B
Esercitazione 1

Marcello CARLETTI

19 / 23

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

SOLUZIONE ESERCIZIO n. 2c

$x_3 \backslash x_2$	$x_1 \backslash x_0$	00	01	11	10
00	00	1	-	1	-
00	01	0	0	1	1
00	11	0	-	0	0
00	10	0	1	1	0

$x_4 = 0$

$x_3 \backslash x_2$	$x_1 \backslash x_0$	00	01	11	10
00	00	-	1	1	1
00	01	0	-	0	-
00	11	0	0	1	1
00	10	-	1	-	0

$x_4 = 1$

$$f = \overline{x_3} \cdot \overline{x_2} + \overline{x_2} \cdot x_0 + \overline{x_4} \cdot \overline{x_3} \cdot x_1 + x_4 \cdot x_3 \cdot x_2 \cdot x_1$$

Costo del circuito:

- # porte = 5
- # letterali = 15

Fondamenti di Informatica B
Esercitazione 1

Marcello CARLETTI

20 / 23

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

ESERCIZIO n. 3

Si abbia un numero binario di 5 bit, A, B, C, D, E, essendo A il più significativo ed E il meno significativo. Si determini:

- la funzione booleana che valga 1 solo quando il numero in questione è primo, tenendo presente che lo zero non è un numero primo;
- l'espressione minima della funzione booleana come somma di prodotti e come prodotto di somme.

Fondamenti di Informatica B
Esercitazione 1

Marcello CARLETTI

21 / 23

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

SOLUZIONE ESERCIZIO n. 3 - I

$B \backslash C$	$D \backslash E$	00	01	11	10
00	00	0	1	1	1
00	01	0	1	1	0
00	11	0	1	0	0
00	10	0	0	1	0

$A = 0$

$B \backslash C$	$D \backslash E$	00	01	11	10
00	00	0	1	1	0
00	01	0	0	1	0
00	11	0	1	1	0
00	10	0	0	0	0

$A = 1$

$$f = \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot E + \overline{B} \cdot D \cdot E + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D + \overline{A} \cdot C \cdot \overline{D} \cdot E + \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot D \cdot E + A \cdot B \cdot C \cdot E$$

Costo del circuito:

- # porte = 7
- # letterali = 28

Fondamenti di Informatica B
Esercitazione 1

Marcello CARLETTI

22 / 23

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

COMPUTER
ENGINEERING

SOLUZIONE ESERCIZIO n. 3 - II

$B \backslash C$	$D \backslash E$	00	01	11	10
00	00	0	1	1	1
00	01	0	1	1	0
00	11	0	1	0	0
00	10	0	0	1	0

$A = 0$

$B \backslash C$	$D \backslash E$	00	01	11	10
00	00	0	1	1	0
00	01	0	0	1	0
00	11	0	1	1	0
00	10	0	0	0	0

$A = 1$

Costo del circuito:

- # porte = 9
- # letterali = 30

Fondamenti di Informatica B
Esercitazione 1

Marcello CARLETTI

23 / 23