

Fondamenti di Informatica B

Esercitazione n.1

Fondamenti di Informatica B

Esercitazione n.1

- Algebra booleana
- Tabelle della verità
- Diagrammi di Venn
- Elementi logici

Riepilogo teorico

- $A + 0 = A$ $A + 1 = 1$
- $A \cdot 1 = A$ $A \cdot 0 = 0$
- $A + B = B + A$
- $A \cdot B = B \cdot A$
- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
- $A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$
- $A \cdot \bar{A} = 0$ $A + \bar{A} = 1$
- $A + (B + C) = (A + B) + C$
- $A(BC) = (AB)C$
- $A + A = A$
- $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$
- $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$
- $\overline{\bar{A}} = A$

Esercizio 1

■ Verificare con diverse metodologie la seguente equivalenza:
 $\bar{A}B + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{C}\bar{D} + AB\bar{D} + B\bar{C}D + \bar{B}C\bar{D} =$
 $A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B + D$

■ Soluzione con algebra di Boole (semplifico la parte sinistra):

$$\bar{A}B + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{C}\bar{D} + AB\bar{D} + B\bar{C}D + \bar{B}C\bar{D} =$$

$$\bar{A}B(\bar{C} + 1) + \bar{C}\bar{D}(A + \bar{A}) + C\bar{D}(B + \bar{B}) +$$

$$\bar{A}B + \bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + AB\bar{D} + C\bar{D} =$$

$$\bar{A}B(D + 1) + \bar{C}\bar{D}(A\bar{B} + 1) + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + AB\bar{D} + C\bar{D} =$$

Esercizio 1

$$\bar{A}B + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{C}\bar{D} + AB\bar{D} + B\bar{C}D + \bar{B}C\bar{D} =$$

$$\bar{A}B + B\bar{D} + A\bar{B}\bar{C} + D =$$

uguaglianza verificata

Esercizio 1

■ Soluzione con tabella di verità:

A	B	C	D	\bar{A}	\bar{B}	\bar{C}	\bar{D}	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{D}$	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}\bar{D}$	$\bar{C}\bar{D}$	I	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}\bar{D}$	II
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Esercizio 1

- Soluzione con diagrammi di Venn: impossibile perché i diagrammi di Venn si possono utilizzare per verificare equivalenze con un massimo di 3 variabili.

Esercizio 2

- Dato che $A + B = 1$ e $AB = 0$, verificare utilizzando delle trasformazioni algebriche che:

$$A C + \overline{A} B + B C = B + C$$

- Soluzione:

$$A C + \overline{A} B + B C = B + C \quad \text{raccolgo } C$$

$$C(A + B) + \overline{A} B = B + C \quad \text{essendo } A + B = 1$$

$$C + \overline{A} B = B + C \quad \text{essendo } AB = 0 \text{ posso sommarlo}$$

$$C + \overline{A} B + A B = B + C \quad \text{raccolgo } B$$

$$C + B(A + \overline{A}) = B + C \quad \text{essendo } A + \overline{A} = 1$$

$$C + B = B + C \quad \text{uguaglianza verificata}$$

Esercizio 3

- Semplificare la seguente espressione ed implementarla con sole porte NOR:

$$A \overline{B} \overline{C} + A C + \overline{A} C \overline{D}$$

- Soluzione:

$$A \overline{B} \overline{C} + A C + \overline{A} C \overline{D} =$$

$$A \overline{B} \overline{C} + A C (\overline{B} + 1) + \overline{A} C \overline{D} =$$

$$A \overline{B} \overline{C} + A \overline{B} C + A C + \overline{A} C \overline{D} =$$

$$A \overline{B} (\overline{C} + C) +$$

$$A \overline{B} + A C + \overline{A} C \overline{D} =$$

$$A \overline{B} + A C (\overline{D} + 1) + \overline{A} C \overline{D} =$$

$$A \overline{B} + A C + A C \overline{D} + \overline{A} C \overline{D} =$$

$$A \overline{B} + A C + C \overline{D} (A + \overline{A}) =$$

$$A \overline{B} + A C + C \overline{D}$$

Esercizio 3

Trasformiamo in un'espressione con sole porte NOR

$$A \overline{B} + A C + C \overline{D} =$$

$$\overline{\overline{A \overline{B} + A C + C \overline{D}}} =$$

doppia negazione

$$\overline{\overline{A + B} + \overline{\overline{A} + \overline{C}} + \overline{\overline{C} + D}} =$$

DeMorgan

$$\overline{(\overline{A + B}) (\overline{\overline{A} + \overline{C}}) (\overline{\overline{C} + D})} =$$

DeMorgan

$$\overline{(\overline{A} + \overline{A} + \overline{A} \overline{C} + \overline{A} B + B \overline{C}) (\overline{C} + D)} =$$

$$\overline{(\overline{A} + \overline{A} \overline{C} + \overline{A} B + B \overline{C}) (\overline{C} + D)} =$$

$$\overline{A (1 + \overline{C} + B)}$$

$$\overline{(\overline{A} + B \overline{C}) (\overline{C} + D)} =$$

Esercizio 3

Trasformiamo in un'espressione con sole porte NOR

$$\overline{\overline{A \overline{C} + \overline{A} D + B \overline{C} + B \overline{C} D}} =$$

$$\overline{A \overline{C} + \overline{A} D + B \overline{C} + B \overline{C} D} =$$

$$B \overline{C} (1 + D)$$

$$\overline{A \overline{C} + \overline{A} D + B \overline{C}} =$$

$$\overline{A \overline{C} + \overline{A} D + B \overline{C}} =$$

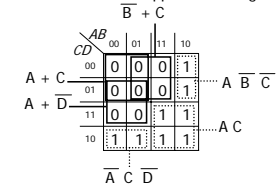
doppia negazione

$$\overline{(A + C) + (A + D) + (\overline{B} + C)}$$

DeMorgan

Esercizio 3

Oppure con il metodo delle mappe di Karnaugh

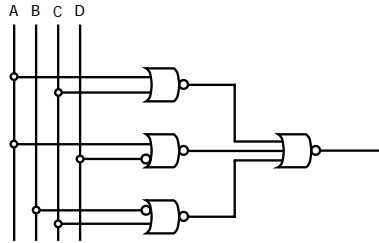


$$\overline{\overline{(A + C) (A + D) (\overline{B} + C)}} = \overline{(A + C) (A + D) (\overline{B} + C)} =$$

$$\overline{(A + C) + (A + D) + (\overline{B} + C)}$$

Esercizio 3

Da cui si ricava il seguente circuito



Esercizio 4

- Scrivere la funzione $F(A, B, C, M, N)$ sotto una forma in cui la variabile A compaia solo una volta affermata e negata e semplificare l'espressione ottenuta.

$$F = A B C + \overline{D} (\overline{A} + M + N) + A (\overline{B} + \overline{M}) + A N$$

N.B. La funzione deve assumere la forma $A(\dots) + \overline{A}(\dots)$

- Soluzione:

$$A B C + \overline{D} (\overline{A} + M + N) + A (\overline{B} + \overline{M}) + A N$$

$$A B C + \overline{A} \overline{D} + \overline{D} M + \overline{D} N + A \overline{B} + A \overline{M} + A N$$

$$A B C + \overline{A} \overline{D} + \overline{D} M (A + \overline{A}) + \overline{D} N (A + \overline{A}) + A \overline{B} + A \overline{M} + A N$$

$$A B C + \overline{A} \overline{D} + A \overline{D} M + \overline{A} \overline{D} M + A \overline{D} N + \overline{A} \overline{D} N + A \overline{B} + A \overline{M} + A N$$

$$A (B C + \overline{D} M + \overline{D} N + \overline{B} + \overline{M} + N) + \overline{A} (\overline{D} + \overline{D} M + \overline{D} N)$$

Esercizio 4

$$A (B C + \overline{D} M + \overline{D} N + \overline{B} + \overline{M} + N) + \overline{A} (\overline{D} + \overline{D} M + \overline{D} N)$$

$$A (B C + \overline{B} + \overline{D} M + \overline{M} + N) + \overline{A} (\overline{D})$$

$$A (B C + \overline{B} (C + 1) + \overline{D} M + \overline{M} (\overline{D} + 1) + N) + \overline{A} \overline{D}$$

$$A (B C + \overline{B} C + \overline{B} + \overline{D} M + \overline{M} \overline{D} + \overline{M} + N) + \overline{A} \overline{D}$$

$$A (C (\overline{B} + \overline{B}) + \overline{D} (M + \overline{M}) + \overline{B} + \overline{M} + N) + \overline{A} \overline{D}$$

$$A (C + \overline{B} + \overline{D} + \overline{M} + N) + \overline{A} \overline{D}$$

Esercizio 5

- Verificare con diverse metodologie la seguente equivalenza:

$$A B \overline{C} + A B C + A C + \overline{C} = A + \overline{C} + A C$$

- Soluzione con algebra di Boole (semplifico la parte sinistra):

$$A B \overline{C} + A B C + A C + \overline{C} = A + \overline{C} + A C$$

$$A B (\overline{C} + C) + A C + \overline{C} = A + \overline{C} + A C$$

$$A B + A C + \overline{C} = A + \overline{C} + A C$$

$$A B + A C + A \overline{C} + A C + \overline{C} = A + \overline{C} + A C$$

$$A (B + C + \overline{C}) + A C + \overline{C} = A + \overline{C} + A C$$

$$A (B + 1) + A C + \overline{C} = A + \overline{C} + A C$$

$$A + \overline{C} = A + \overline{C}$$

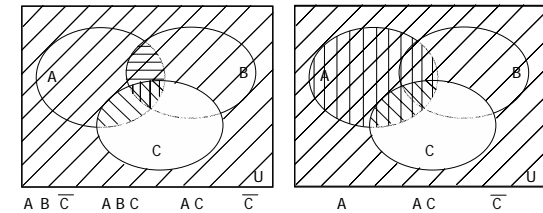
Esercizio 5

- Soluzione con tabella di verità:

A	B	C	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	$\overline{A}B\overline{C}$	$A\overline{B}\overline{C}$	\overline{C}	I	A	\overline{C}	AC	II
0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1

Esercizio 5

- Soluzione con diagrammi di Venn:



Esercizio 7

	A	0	1
BC	00	1	1
	01	1	1
	11	1	0
	10	1	0

$$F = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\begin{aligned} (A \oplus B) + \overline{(A+B \cdot C)} &= \\ A \overline{B} + \overline{A} B + \overline{(A+B \cdot C)} &= \\ A \overline{B} + \overline{A} B + \overline{(A \cdot B \cdot C)} &= \\ A \overline{B} + \overline{A} B + \overline{A} (\overline{B \cdot C}) &= \\ A \overline{B} + \overline{A} B + \overline{A} \overline{B} + \overline{A} \overline{C} &= \\ A \overline{B} + \overline{A} B + \overline{A} \overline{B} + \overline{A} \overline{C} &= \\ \overline{A} (B + \overline{B} + \overline{C}) + \overline{B} (A + \overline{A}) &= \\ \overline{A} + \overline{B} & \end{aligned}$$

Esercizio 8

- La seguente uguaglianza è verificata? Giustificare la risposta.
 $A B D + C D A + E D A + \overline{C} \overline{D} \overline{A} = D A + \overline{C} \overline{A}$
- Soluzione con algebra di Boole (e considerazioni):
 $A B D + C D A + E D A + \overline{C} \overline{D} \overline{A} = D A + \overline{C} \overline{A}$
 $A (B D + C D + E D + \overline{C} \overline{D}) = A (D + \overline{C})$
 Se $A=0$ l'uguaglianza è verificata.
 Se $A=1$ otteniamo:
 $B D + C D + E D + \overline{C} \overline{D} = D + \overline{C}$
 $D (B + C + E) + \overline{C} \overline{D} = D + \overline{C}$

Esercizio 8

$D (B + C + E) + \overline{C} \overline{D} = D + \overline{C}$
 Se $D = 0$ l'uguaglianza è sempre verificata
 (infatti $\overline{D} = 1$, perciò otteniamo $\overline{C} = \overline{C}$)
 Se $D = 1$ (perciò $\overline{D} = 0$) otteniamo
 $B + C + E = 1$
 Che NON è verificata se $B = 0, C = 0, E = 0$.
 L'uguaglianza non è verificata per $A=1, B=0, C=0, D=1, E=0$.
 Lo stesso si ottiene con la tabella delle verità:

Esercizio 8

A	B	C	D	E	ABD	CDA	EDA	\overline{CDA}	I	DA	\overline{CA}	II
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Esercizio 8

A	B	C	D	E	ABD	CDA	EDA	\overline{CDA}	I	DA	\overline{CA}	II
1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1