Esercizio 1

Indicare almeno una funzione **G(Y,Z)** che renda la funzione **F(.)** indipendente dal valore di **X. G** ed **F** sono funzioni booleane.

$$\mathbf{F(.) = G(Y,Z) + Y\,\overline{Z} + \overline{X}\,Y\,Z + X\,Y\,Z + X\,\overline{Y}\,Z}$$

Soluzione:
Per fare in modo che F sia indipendente da X dobbiamo avere che, al variare della sola X, l'uscita della funzione non cambi.

Con uso di tabelle:
Proviamo a disegnare la tabella della verità della funzione F senza considerare il contributo di G.

	Y,Z			
X	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	1	1	1

F(.)-G(Y,Z)

Notiamo che l'uscita della funzione varia al variare di X solo quando Y=0 e Z=1 (seconda colonna).

Un valore corretto per G(Y,Z) sarà dunque $\overline{Y}Z$.

Con algebra booleana:

$$F(.) = G(Y,Z) + Y\,\overline{Z} + \overline{X}\,Y\,Z + X\,Y\,Z + X\,\overline{Y}\,Z = G(Y,Z) + Y\,\overline{Z} + Y\,Z\,(\,Z + \overline{Z}\,) + X\,\overline{Y}\,Z =$$

$$= G(Y,Z) + Y\,\overline{Z} + Y\,Z + X\,\overline{Y}\,Z = G(Y,Z) + Y\,(\,Z + \overline{Z}\,) + X\,\overline{Y}\,Z = G(Y,Z) + Y + X\,\overline{Y}\,Z$$

Notiamo che il secondo implicante della funzione dipende da X: cerchiamo un valore di G tale per cui la funzione non dipenda più da X.

Ponendo $G= \overline{Y}\,Z$ abbiamo $F(.) = \overline{Y}\,Z + Y + X\,\overline{Y}\,Z = Y + \overline{Y}\,Z\,(\,X + 1\,) = Y + \overline{Y}\,Z$

Esercizio 2

Data la seguente funzione booleana di 5 variabile f(X4, X3, X2, X1, X0) effettuare la sintesi ottima a due livelli sia a NAND sia a NOR mediante le mappe di Karnaugh. Pe ognuna delle due espressioni ottenute disegnare i relativi circuiti.

X4=0

X3,X2 \ X1,X0	00	01	11	10
00	-	1	-	1
01	0	1	0	1
11	0	-	0	-
10	0	-	1	0

X4=1

X3,X2 \ X1,X0	00	01	11	10
00	-	1	1	-
01	0	1	1	1
11	-	0	0	-
10	0	1	1	0

Soluzione:

Sintesi a NAND (copertura degli 1):

X4=0

X3,X2 \ X1,X0	00	01	11	10
00	-	1	-	1
01	0	1	0	1
11	0	-	0	-
10	0	-	1	0

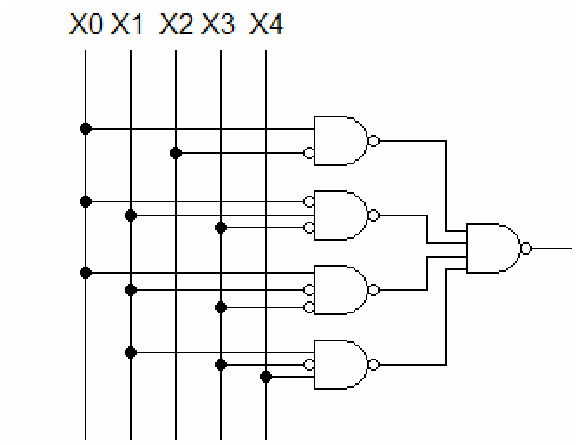
X4=1

X3,X2 \ X1,X0	00	01	11	10
00	-	1	1	-
01	0	1	1	1
11	-	0	0	-
10	0	1	1	0

$$X0\,\overline{X2} + \overline{X0}\,X1\,\overline{X3} + X0\,\overline{X1}\,\overline{X3} + X1\,\overline{X3}\,X4$$

$$\overline{\overline{(X0\,\overline{X2})}\,\overline{(\overline{X0}\,X1\,\overline{X3})}\,\overline{(X0\,\overline{X1}\,\overline{X3})}\,\overline{(X1\,\overline{X3}\,X4)}}$$

5 porte
15 letterali



Sintesi a NOR (copertura degli 0):

X3,X2 \ X1,X0	00	01	11	10
00	-	1	-	1
01	0	1	0	1
11	0	-	0	-
10	0	-	1	0

X4=0

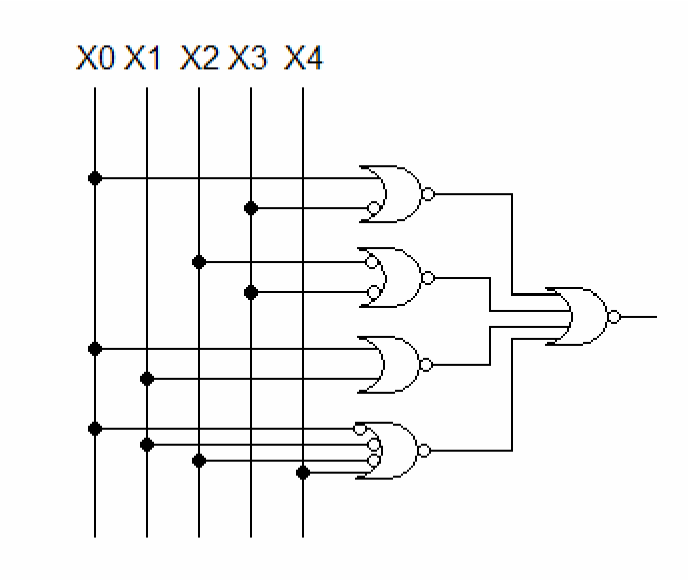
X3,X2 \ X1,X0	00	01	11	10
00	-	1	1	-
01	0	1	1	1
11	-	0	0	-
10	0	1	1	0

X4=1

$(X0 + \overline{X3})\ (\overline{X2} + \overline{X3})\ (X0 + X1)\ (\overline{X0} + \overline{X1} + \overline{X2} + X4)$

$$\overline{\overline{(X0 + \overline{X3})} + \overline{(\overline{X2} + \overline{X3})} + \overline{(X0 + X1)} + \overline{(\overline{X0} + \overline{X1} + \overline{X2} + X4)}}$$

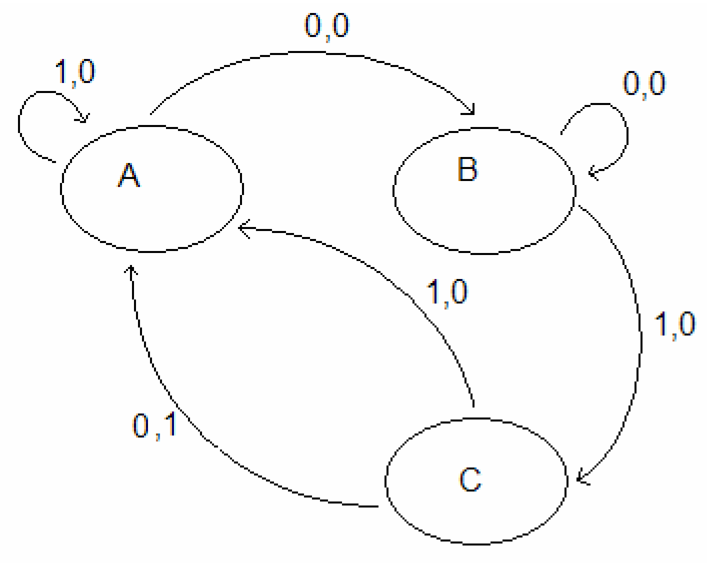
5 porte
14 letterali



Esercizio 3

Progettare una rete sequenziale sincrona con un ingresso X ed un'uscita Z che riconosca la sequenza in ingresso 0,1,0 ponendo l'uscita Z a 1 in corrispondenza del secondo zero della sequenza. Al termine del riconoscimento l'uscita viene posta a 0 e il riconoscimento di una nuova sequenza può avere inizio.
Progettare il circuito mediante FF-JK.

Soluzione:



- A: stato in cui la sequenza non è ancora iniziata: se ho in ingresso 0 la sequenza comincia e mi porto nello stato B, se ho in ingresso 1 la sequenza non è ancora cominciata e rimango nello stato A.
- B: stato in cui ho avuto il primo valore della sequenza (0): se ho in ingresso 0 continuo a rimanere in B considerando l'ultimo 0 come il possibile primo valore della sequenza, se ho in ingresso 1 mi porto nello stato C, poiché 1 è il secondo valore valido della sequenza.
- C: stato in cui ho avuto i primi 2 valori della sequenza (0,1): se ho in ingresso 0, il terzo valore della sequenza, l'uscita va a 1 e mi riporto allo stato in cui la sequenza non è ancora iniziata (A), se ho in ingresso 1 e mi riporto allo stato in cui la sequenza non è ancora iniziata (A) ma con uscita 0 perché la sequenza non è stata completata.

Pongo A=00, B=01, C=10

	Ingresso X	
Stati	0	1
A 00	01,0	00,0
B 01	01,0	10,0
C 10	00,1	00,0

Utilizziamo un FF-JK che ha questo comportamento:

Ck	J	K	Qn+1
0	-	-	Qn
1	0	0	Qn
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	Qn'

e questa tabella delle transizioni:

Qn		Qn+1	J	K
0	=>	0	0	-
0	=>	1	1	-
1	=>	0	-	1
1	=>	1	-	0
0	=>	-	-	-
1	=>	-	-	-

Posso ricavare la seguente tabella

X	F1	F2	F1+	F2+	J1	K1	J2	K2	Z
0	0	0	0	1	0	-	1	-	0
0	0	1	0	1	0	-	-	0	0
0	1	0	0	0	-	1	0	-	1
0	1	1	-	-	-	-	-	-	-
1	0	0	0	0	0	-	0	-	0
1	0	1	1	0	1	-	-	1	0
1	1	0	0	0	-	1	0	-	0
1	1	1	-	-	-	-	-	-	-

F1,F2

X	00	01	11	10
0	0	0	-	-
1	0	1	-	-

J1

F1,F2

X	00	01	11	10
0	-	-	-	1
1	-	-	-	1

K1

F1,F2

X	00	01	11	10
0	1	-	-	0
1	0	-	-	0

J2

F1,F2

X	00	01	11	10
0	-	0	-	-
1	-	1	-	-

K2

F1,F2

X	00	01	11	10
0	0	0	d	1
1	0	0	d	0

Z

Da cui ricavo

$J1 = F2\,X$ $K1 = 1$ $J2 = \overline{F1}\,\overline{X}$ $K2 = X$ $Z = F1\,\overline{X}$

E il seguente circuito: