

Nome: _____ Cognome: _____ Matr: _____ Postazione _____

Scrivere un programma in linguaggio C (chiamare il progetto con la propria **<matricola>**) che abbia il comportamento descritto nel seguito. Il tempo a disposizione è di **2 ore**. Al termine del tempo gli elaborati salvati su **U:** verranno raccolti automaticamente dal sistema. Eventuali documenti sono disponibili in **T:\Bertozzi**, usare **wordpad** per leggere i file di testo.

Ridurre il numero delle operazioni da fare nel calcolo delle potenze di un numero riveste particolare importanza in diversi ambiti. Ad esempio il calcolo di X^{43} , in assenza di particolari accorgimenti, richiede 43 moltiplicazioni anche potenzialmente complesse.

Già nel secondo secolo a.C., il matematico indiano Pingalā riportava nel Chandaḥśāstra (चन्द्रशास्त्र) un algoritmo per minimizzare il numero di moltiplicazioni.

Si parte calcolando la rappresentazione binaria dell'esponente ($43_{10} = 101011_2$) da cui si rimuove la cifra più significativa ottenendo "01011". Le cifre binarie così rimaste prese in esame una per una da sinistra verso destra mi codificano le operazioni da fare **partendo inizialmente dalla base X**. Nel caso in esame la prima cifra che si incontra è uno '0' che indica di eseguire **una elevazione al quadrato**. Quindi calcolerò X^2 con una moltiplicazione, poi si incontra un '1' che indica di eseguire **una elevazione al quadrato** di quanto ottenuto al passo precedente **seguita da una moltiplicazione per la base**. Quindi calcolerò $(X^2)^2 * X$. Avendo già calcolato X^2 al passo precedente questo significa solo 2 moltiplicazioni e mi porta ad ottenere X^5 . Al passo successivo incontrerò un ulteriore 0 e quindi con una sola altra moltiplicazione calcolerò X^{10} . Poi un 1 e quindi X^{21} (2 moltiplicazioni) e per l'ultimo 1 X^{43} (2 moltiplicazioni). In particolare per ogni cifra binaria dell'esponente al netto del bit più significativo, io progressivamente calcolerò: X^2 , X^5 , X^{10} , X^{21} e X^{43} dovendo effettuare 8 sole moltiplicazioni rispetto a 43... Si sviluppi un programma in C che:

Per ogni numero n tra 2 e 1023:

1. (10-12) Stampi n e se ne calcoli la rappresentazione binaria
2. (2) Elimini la cifra più rappresentativa della rappresentazione binaria di n
3. (4-7) Scorra le cifre così ottenute da "sinistra" verso "destra" e per ciascuna di esse stampi a video le potenze progressivamente ottenute dell'ipotetica base X
4. (2-4) Stampi a seguire il numero di moltiplicazioni da effettuare
5. (5) Si modifichino i punti precedenti di modo da stampare i risultati su un file

La definizione e l'uso di due funzioni, una per il punto 1 e una per i punti 3 e 4, permette di ottenere un punteggio aggiuntivo (i numeri tra parentesi indicano il punteggio massimo ottenibile senza e con l'uso di funzioni rispettivamente). L'uso di ricorsione per la funzione usata per il punto 1 permette di ottenere la lode.

Esempio di output:

```
43 : X^2 X^5 X^10 X^21 X^43 -> 8 multiplications
97 : X^3 X^6 X^12 X^24 X^48 X^97 -> 8 multiplications
```

Il codice va sviluppato nell'ordine indicato. Per ogni punto implementato si verifichi il corretto funzionamento. La correzione termina al primo punto non implementato correttamente.